

ПОТОК ТЕПЛА КАК ИСТОЧНИК ИОННО-ЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

П. А. Беспалов¹ и О. Н. Савина²

¹Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

²Нижегородский государственный технический университет



СОДЕРЖАНИЕ

Введение

- 1. Модельная функция распределения***
- 2. Инкремент ионно-звуковой неустойчивости***
- 3. Величина максимального инкремента***
- 4. Оценка потока тепла на пороге ионно-звуковой неустойчивости***
- 5. О влиянии магнитного поля на результаты расчетов***
- 6. Заключение***



К о н ф е р е н ц и я «Физика плазмы в солнечной системе»
8-12 февраля 2010 г., ИКИ РАН

Введение

Во многих случаях космическая плазма характеризуется наличием мощных источников и стоков тепла, например, при ленточных и компактных вспышках в солнечной короне. Похожие процессы имеют место в атмосферах вспыхивающих звезд.

К настоящему времени накоплено много результатов по изучению неустойчивостей волн в космической плазме (Железняков, 1997). Применительно к ионно-звуковым колебаниям обычно изучались неустойчивости потоков частиц (см. Рудаков, Кораблев, 1966).

Мы покажем, что неустойчивость ионно-звуковых колебаний может реализоваться при отсутствии потоков частиц за счет прохождения через плазму потока тепла. Естественно, при наличии потока тепла есть определенная неоднородность среды. Мы будем считать, что длина волны ионно-звуковых колебаний, часто сравниваемая с радиусом Дебая, мала по сравнению с масштабом неоднородности среды. Поэтому при расчете инкремента неустойчивости будем исходить из приближения локально однородной среды.

Особое внимание мы уделим изучению условий, отвечающих порогу неустойчивости ионно-звуковых колебаний и оценке предельного потока тепла, который может пропустить через себя плазма в режиме слабой турбулентности.

1. Модельная функция распределения

$$f = F(v) + \Phi(x, v)$$

Здесь $x = v_z/v$

$$F(v) = (1/2) \int_{-1}^1 f dx$$

$$F(v) = f_0(v) + [f_1(v) + \frac{v}{4} \frac{\partial f_1}{\partial v}]$$

где $0 \leq f_0$, а $f_1(v)$ - дифференцируемая функция

$$\Phi(x, v) = [f_1(v) + \frac{v}{4} \frac{\partial f_1}{\partial v}]x,$$

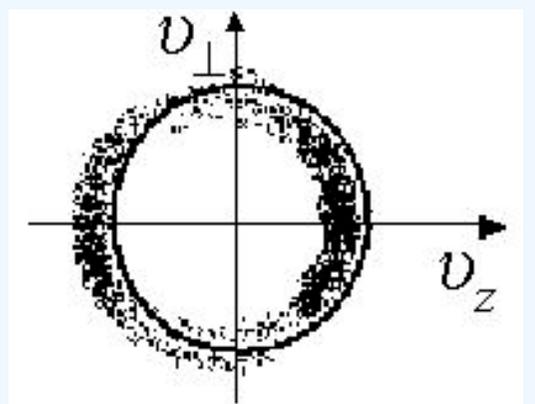
Проверим, что поток электронов S_z отсутствует

$$S_z = -j_z / e = \int_0^\infty \int_{-1}^1 [(f_1(v) + \frac{v}{4} \frac{\partial f_1}{\partial v}) x^2 v^3] dx dv = 0$$

Сосчитаем теперь плотность потока тепла q_z , который переносится электронами с данной функцией распределения.

$$q_z = \frac{m}{2} \int_0^\infty \int_{-1}^1 f x v^5 dx dv = \frac{m}{3} \int_0^\infty [f_1(v) + \frac{v}{4} \frac{\partial f_1}{\partial v}] v^5 dv = -\frac{m}{6} \int_0^\infty f_1(v) v^5 dv.$$

Таким образом, выбранная функция распределения соответствует ситуации, когда в плазме нет потока электронов, но есть поток тепла.



2. Инкремент ионно-звуковой неустойчивости

Возьмем за основу известные выражения для дисперсионного уравнения и инкремента ионно-звуковых колебаний (см. Михайловский, 1975) при $v_{Ti} < \omega/k$

Ионно-звуковые колебания имеют известное дисперсионное соотношение и существуют в неизотермической плазме ($T_i \ll T$) в определенном диапазоне фазовых скоростей (см. Кадомцев, 1976)

$$\operatorname{Re}(\varepsilon) = 1 + \frac{1}{k^2 r_D^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 0, \quad \gamma = -\frac{\operatorname{Im}(\varepsilon)}{\partial \operatorname{Re}(\varepsilon) / \partial \omega} \quad \omega = \frac{k v_s}{(1 + k^2 r_D^2)^{1/2}},$$

$$\operatorname{Im}(\varepsilon) = -\frac{4\pi^2 e^2}{m k^2} \int \vec{k} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} \delta(\omega - \vec{k} \vec{v}) d^3 v \quad v_{Ti} < \frac{\omega}{k} < v_{Ti} \left(\frac{T}{T_i}\right)^{1/2}$$

Полное выражение для инкремента при изотропной функции распределения ионов и функции распределения электронов с изотропной и анизотропной частями записывается в виде:

$$\begin{aligned} \gamma(y, k) = \omega \left(\frac{\omega}{k}\right)^3 \frac{m_i}{m} \frac{\pi^2}{n} \left\{ -F\left(\frac{\omega}{k}\right) - \frac{m}{m_i} F\left(\frac{\omega}{k}\right) \right. &+ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-1}^1 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial v} + \left(\frac{k}{\omega} y - \frac{x}{v}\right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] \times \\ &\times \operatorname{Re} \left[1 - x^2 - y^2 - \frac{\omega}{k v} \left(\frac{\omega}{k v} - 2xy\right) \right]^{-1/2} dx dv \left. \right\} \end{aligned}$$

Если анизотропия функции распределения сравнительно небольшая, то выражение для инкремента можно упростить. В этом случае инкремент может стать положительным только при достаточно малых фазовых скоростях ($(\omega/k)^2 \ll \langle v^2 \rangle$)

$$\gamma(y, k) = \omega \left(\frac{\omega}{k}\right)^3 \frac{m_i}{m} \frac{\pi^2}{n} \left\{ -F\left(\frac{\omega}{k}\right) - \frac{m}{m_i} F_i\left(\frac{\omega}{k}\right) \right. + \frac{k y}{\pi \omega} \int_0^\infty \int_{-1}^1 \left[f_1(v) + \frac{v}{4} \frac{\partial f_1}{\partial v} \right] \operatorname{Re} (1 - x^2 - y^2)^{-1/2} dx dv \left. \right\}.$$

3. Величина максимального инкремента

Если в формуле для инкремента выполнить интегрирование по x и по модулю скорости v , получаем (Беспалов и Савина, 2009)

$$\gamma(y, k) = \omega \left(\frac{\omega}{k} \right)^3 \frac{m_i}{m} \frac{\pi^2}{n} \left[-F \left(\frac{\omega}{k} \right) - \frac{m}{m_i} F_i \left(\frac{\omega}{k} \right) + \frac{3ky}{4\omega} \int_0^\infty f_1(v) dv \right].$$

Максимальный по угловой координате y инкремент $\gamma(k) = \max_y \gamma(y, k)$ отвечает $y = 1$, если $\int_0^\infty f_1 dv > 0$, и $y = -1$, если $\int_0^\infty f_1 dv < 0$

$$\gamma(k) = \omega \left(\frac{\omega}{k} \right)^3 \frac{m_i}{m} \frac{\pi^2}{n} \left[-F \left(\frac{\omega}{k} \right) - \frac{m}{m_i} F_i \left(\frac{\omega}{k} \right) + \frac{3k}{4\omega} \left| \int_0^\infty f_1(v) dv \right| \right].$$

Для определенности предположим, что функция распределения протонов максвелловская с температурой T_i , изотропная часть функции распределения электронов в области сравнительно малых скоростей тоже предполагается максвелловской со значительно более высокой температурой T

$$F_i = \frac{nm_i^{3/2}}{(2\pi\kappa T_i)^{3/2}} \exp\left(-\frac{m_i v^2}{2\kappa T_i}\right), \quad F = \frac{nm^{3/2}}{(2\pi\kappa T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{m v^2}{2\kappa T}\right) \quad \text{Тогда}$$

$$\gamma(k) = \pi^2 \omega \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \left[-\frac{m^{1/2} m_i \omega}{(2\pi\kappa T)^{3/2} k} - \frac{m_i^{3/2} \omega}{(2\pi\kappa T_i)^{3/2} k} \exp\left(-\frac{m_i \omega^2}{2\kappa T_i k^2}\right) + \frac{3m_i}{mn} \left| \int_0^\infty f_1(v) dv \right| \right],$$

где учтено, что $m\omega^2/2\kappa T k^2 < m/m_i$ и поэтому $\exp(-m\omega^2/2\kappa T k^2) \simeq 1$

4. Оценка потока тепла на пороге ионно-звуковой неустойчивости

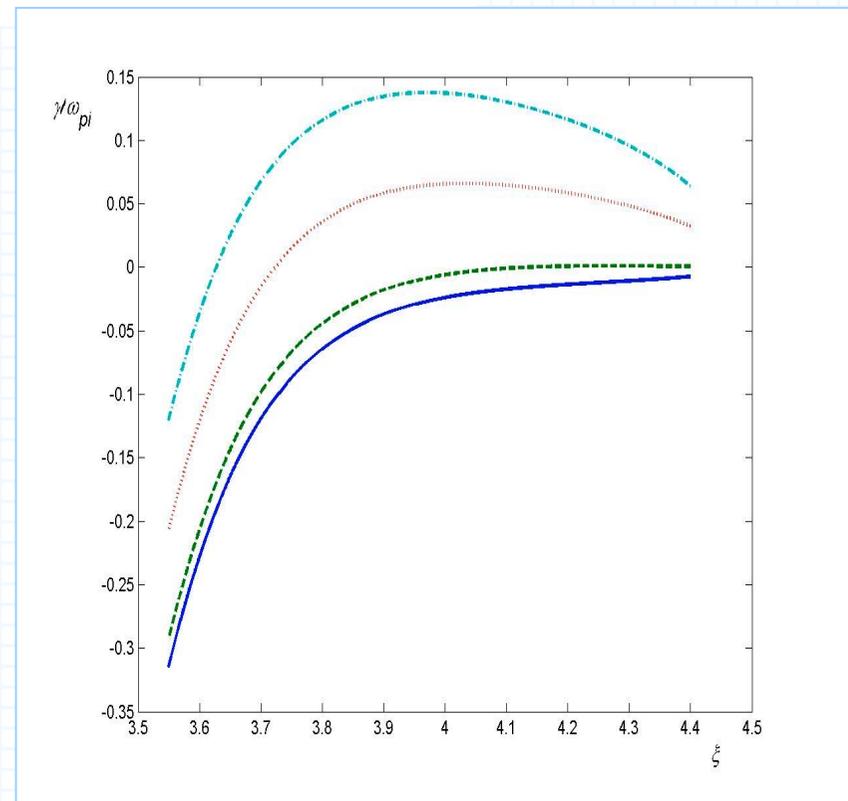
Заменим приближенно $\int_0^\infty f_1 dv \approx -(6q_z)/(mv_T^5)$

Рассмотрим безразмерный инкремент $\gamma(k)/\omega_i$ как функцию от безразмерной фазовой скорости $\xi = \omega/kv_{Ti}$ в области допустимых фазовых скоростей. Безразмерный инкремент можно записать в виде

$$\frac{\gamma(k)}{\omega_{pi}} = \xi^2 (1 - \pi^{-1/2} B^{2/3} C^{1/3} \xi^2)^{1/2} [A - B\xi - C\xi \exp(-\xi^2)]$$

Здесь $A = \frac{9\pi^2 m^{1/2} T_i |q_z|}{2^{5/2} n k^{3/2} T^{5/2}}, B = (\pi \frac{m}{m_i})^{1/2} (\frac{T_i}{T})^{3/2}, C = \pi^{1/2} \frac{m_i}{m}.$

Учтем теперь, что $0 \leq A$, $B \approx 1.3 \cdot 10^{-3}$, $C \approx 3.3 \cdot 10^3$. Если $B < A \ll C$, то у функции есть два локальных положительных максимума. Первый формальный максимум имеет место при $0 < \xi < A/C$ и отвечает малым значениям безразмерного инкремента $\gamma/\omega_{pi} \approx 4A^3/27C^2$. Формальность этого максимума определяется тем, что он лежит вне области определения выражений. Второй практически важный максимум имеет место при $\sqrt{\ln(C/\sqrt{2}A)} \leq \xi$ и отвечает неустойчивости ионно-звуковых колебаний. Величина максимального значения инкремента растет с увеличением параметра A ,



Определим условие на критический поток тепла, соответствующий порогу неустойчивости, который реализуется при **одновременно** **словий:**

$$\frac{\gamma}{\omega_{pi}} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\gamma}{\omega_{pi}} \right) = 0$$

Проводя простые выкладки, мы получаем, что условия выполняются, если $A/B = 2\xi^3 / (2\xi^2 - 1)$. Следовательно, при $A/B < 1$ не существует положительного максимума инкремента. Порог неустойчивости отвечает условию

$$\xi_{th} = \frac{A}{3B} + \frac{1}{G} \left(\frac{A}{3B} \right)^2 + G,$$

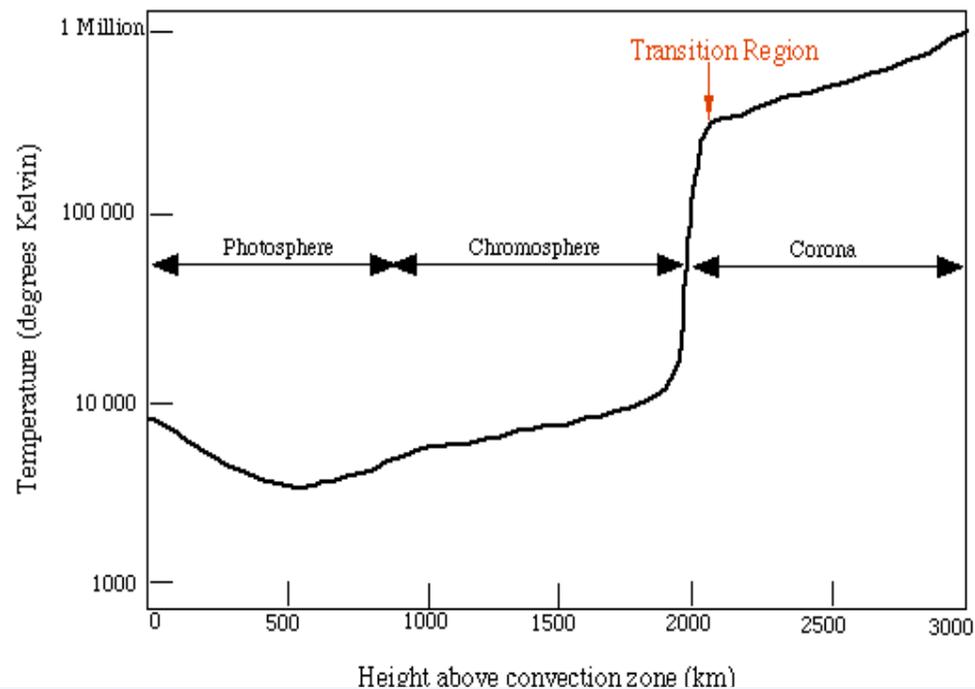
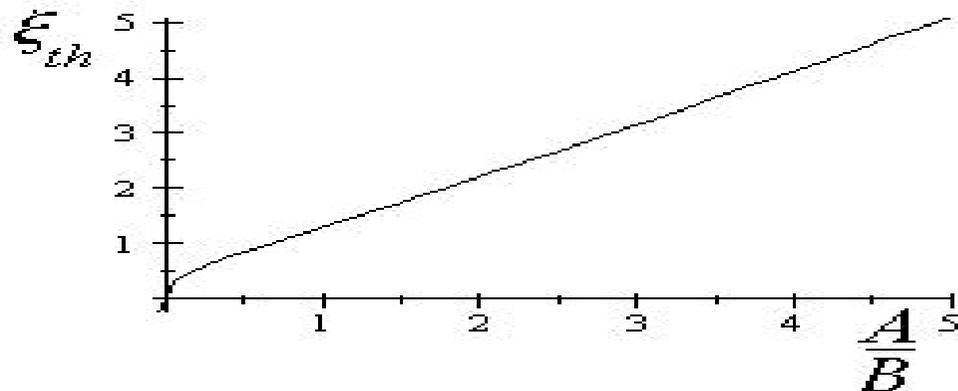
где

$$G = \left\{ \frac{A}{4B} + \left(\frac{A}{3B} \right)^3 + \left[\left(\frac{A}{4B} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{A}{2B} \right)^4 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}.$$

Локальный критический поток тепла определяется выражением

$$|q_z| = \delta \frac{n(\kappa T)^{3/2}}{m^{1/2}}$$

где $\delta = (2^{5/2} T_i^{1/2} \xi_{th}) / (9\pi^{3/2} T^{1/2}) \approx 1$, так как $\xi_{th} \leq (T/T_i)^{1/2}$. Этот результат практически совпадает с выражением, полученным в работе (Беспалов, Савина, 2008) другим методом. Если в неоднородном слое плазмы поток тепла постоянный, то максимум инкремента реализуется в некоторой промежуточной области, где минимально произведение $nT^{3/2}$.



Известны экспериментальные данные о высотных распределениях концентрации электронов и их температуре в солнечной атмосфере (Ашванден, 2004). В результате анализа этих данных получается, что инкремент может стать положительным в первую очередь в переходном слое, где при $q_z \approx 5 \cdot 10^5 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ концентрация электронов $n \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ много меньше, чем в хромосфере, а температура $T \approx 10^5 \text{ K}$ много меньше, чем в короне.

5. О влиянии магнитного поля на результаты расчетов

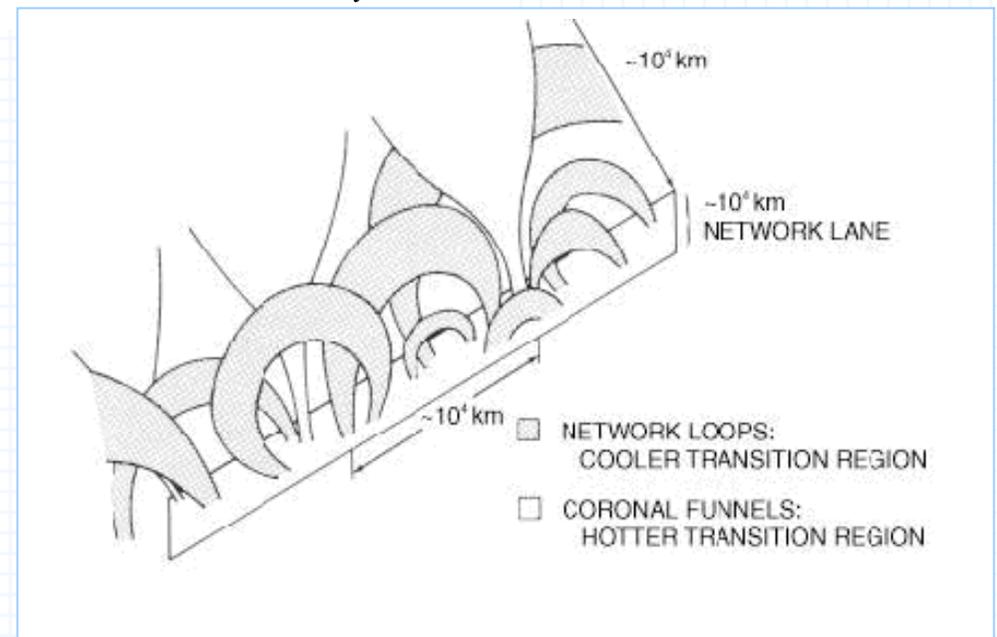
Для уточнения области применимости полученных результатов важно знать степень влияния на них магнитного поля. Полученные результаты сохраняются в достаточно слабом магнитном поле, если выполняются три неравенства (см. Михайловский, 1975)

$$T_i \ll T, \omega_{Bi}^2 \ll \omega^2, \omega_B^2 \ll k^2 v_T^2.$$

Первое из этих неравенств должно выполняться для ионно-звуковых колебаний в плазме и без магнитного поля. Второе неравенство обеспечивает слабое влияние магнитного поля на дисперсионную зависимость, а последнее неравенство обеспечивает сохранение выражения для инкремента. В интересующем нас случае $\omega \approx \omega_{pi}$, $k^2 \approx 0.1(\omega_{pi}/v_{Ti})^2$. Поэтому искомое неравенство на магнитное поле имеет следующий вид:

$$B < (4\pi n m c^2)^{1/2} \min\left[\left(\frac{m_i}{m}\right)^{1/2}, 0.1\left(\frac{T}{T_i}\right)^{1/2}\right]$$

Эти неравенства будут заведомо выполняться в переходном слое солнечной атмосферы, если $B < (4\pi n m c^2)^{1/2} \approx 100G$ и $n \approx 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Напомним, что типичные значения магнитного поля в переходном слое солнечной атмосферы вне активных областей порядка нескольких Гаусс. Следовательно, вне активных областей и даже в активных областях с не самыми сильными магнитными полями ионно-звуковая турбулентность может быть ответственна за формирование резкого температурного перепада.



6. Заключение

- Показана возможность реализации неустойчивости ионно-звуковых колебаний в плазме без тока и потоков частиц, но с анизотропной функцией распределения, отвечающей потоку тепла.
- Модельная функция распределения была выбрана с учетом условий, накладываемых на потоки вещества и тепла.
- Инкремент нарастания ионно-звуковых колебаний исследован как функционал от параметров функции распределения. В результате установлено пороговое условие для анизотропной части функции распределения, при котором начинается нарастание ионно-звуковых колебаний с волновыми векторами против потока тепла. Определен локальный критический поток тепла, отвечающий порогу ионно-звуковой неустойчивости.
- В спокойных областях атмосферы Солнца локальный критический поток тепла оказался близок к величине потока тепла из короны в хромосферу на границе переходного слоя.